

## Kinematika hmotného bodu. Základní charakteristika pohybů. Aplikace.

1) Z určitého místa na břehu, které je ve výšce  $h$  nad hladinou vody, byla současně vržena vodorovným směrem dvě tělesa s počátečními rychlostmi  $v_1$  a  $v_2$ . Obě tělesa dopadla na hladinu vody současně, přičemž první těleso dopadlo do vody ve vzdálenosti 10 m od břehu.

a) Určete dobu, po kterou se každé těleso pohybovalo a výšku, ze které bylo vrženo.

b) V jaké vzdálenosti dopadlo druhé těleso na hladinu vody?

$$(v_1 = 2 \text{ m.s}^{-1}, v_2 = 4 \text{ m.s}^{-1}, g = 10 \text{ m.s}^{-2})$$

2) Sportovní vůz se rozjížděl v zatáčce o poloměru  $r$  z klidu rovnoměrně zrychleným pohybem s tečným zrychlením o velikosti  $a$  po dobu  $t$ . Vypočtete velikost celkového zrychlení vozu na konci osmé sekundy jízdy.

$$(r = 200 \text{ m}, a = 4 \text{ m.s}^{-2}, t = 8 \text{ s})$$

3) Určete počáteční rychlost a konstantní zrychlení cyklisty, který během páté sekundy urazil dráhu  $s_1$  a během desáté sekundy urazil dráhu  $s_2$ .

$$(s_1 = 12 \text{ m}, s_2 = 16 \text{ m})$$

4) Automobil se pohybuje stálou rychlostí  $v$  po přímé silnici. Ve vzdálenosti  $x$  od silnice stojí pozorovatel. Určete, za jak dlouhou dobu po průjezdu nejkratší vzdáleností od pozorovatele se vozidlo vzdaluje rychlostí  $v/3$ .

$$(v = 30 \text{ m.s}^{-1}, x = 100 \text{ m})$$

5) Po dvou přímých silnicích, které se protínají pod úhlem  $\alpha$ , se pohybují dva automobily se stálými rychlostmi  $v_1$  a  $v_2$ . Určete velikost jejich vzájemné rychlosti. Za jak dlouho po vzájemném setkání automobilů na křižovatce bude vzdálenost mezi oběma automobily rovna  $s$ ?

$$(\alpha = 30^\circ, v_1 = 10 \text{ m.s}^{-1}, v_2 = 10 \text{ m.s}^{-1}, s = 200 \text{ m})$$

6) Náboj byl vystřelen pod elevačním úhlem  $\alpha$  a dopadl za dobu  $t$  na místo, které je ve výšce  $h$  nad horizontální rovinou, Vypočtete horizontální vzdálenost místa dopadu náboje a jeho počáteční rychlost. Odpor vzduchu zanedbáváme.

$$(\alpha = 30^\circ, t = 1,65 \text{ s}, h = 800 \text{ m}, g = 10 \text{ m.s}^{-2})$$

7) Autobus zmenšil rovnoměrným brzděním svoji rychlost z  $v_1$  na  $v_2$  a urazil přitom dráhu  $s$ . Jak dlouhou dobu brzdil?

$$(v_1 = 60 \text{ km.h}^{-1}, v_2 = 40 \text{ km.h}^{-1}, s = 50 \text{ m})$$

8) Motorový člun, který se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem, urazil vzdálenost  $s$  za dobu  $t$  a ztrojnásobil svoji rychlost. Určete jeho rychlost při vstupu do měřené dráhy.

$$(s = 20 \text{ m}, t = 4 \text{ s})$$

9) Máme dva plavce, jeden plave rychlostí  $v_1$  napříč přes řeku širokou  $x$  a zpět, druhý rychlostí  $v_2$  dráhu  $x$  po proudu a pak zpět dráhu  $x$  proti proudu. Jaká musí být minimální rychlost řeky, aby slabší plavec porazil silnějšího.

$$(v_1 = 0,9 \text{ m.s}^{-1}, x = 200 \text{ m}, v_2 = 1 \text{ m.s}^{-1})$$

10) Dva čluny současně vypluly stejnými rychlostmi z bodů A a B, které jsou na opačných březích řeky a plují po přímce AB, která svírá se směrem toku úhel  $\alpha$ . Vzdálenost bodů A, B je  $x$ . Rychlost toku řeky po celé její šířce je rovna  $v$ . Určete místo setkání obou lodí, úhel, pod kterým se obě lodi musí pohybovat vzhledem k přímce AB a rychlost obou lodí, vzhledem ke klidné vodě, jestliže se obě lodi setkaly za dobu  $t$  po výjezdu.

$$(\alpha = 60^\circ, x = 450 \text{ m}, v = 2 \text{ m.s}^{-1}, t = 1,5 \text{ min})$$

## Dynamika hmotného bodu a soustavy bodů.

11) Jak velká odstředivá síla působí na člověka o hmotnosti  $m$  sedícího na obvodu kolotoče o poloměru  $r$  při frekvenci otáčení  $f$ ?

( $m = 60 \text{ kg}$ ,  $r = 1,5 \text{ m}$ ,  $f = 12 \text{ ot./min}$ )

12) Osobní automobil se pohybuje po vodorovné dráze se zrychlením  $a_1$  a při rovnoměrném stoupání se zrychlením  $a_2$ . Vypočtěte úhel stoupání za předpokladu, že tahová síla motoru a tření se nezměnily.

( $a_1 = 2 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $a_2 = 1,6 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

13) Jaký musí být poloměr trajektorie letadla letícího rychlostí o stálé velikosti  $v$ , pokud chce pilot vykonat akrobatický prvek looping tak, aby v nejvyšším bodě trajektorie byl ve stavu beztlíže. Jakou rychlostí by musel letět po stejné trajektorii, aby na něj působilo v nejvyšším bodě přetížení 2G?

( $v = 300 \text{ km.h}^{-1}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

14) Na vodorovný rotující kotouč položíme hrací kostku o hmotnosti  $m$  do vzdálenosti  $r$  od osy otáčení. Klidový součinitel smykového tření je  $f_0$ . Stanovte nejvyšší úhlovou rychlost kotouče, aby se kostka nepohnula.

( $m = 20 \text{ g}$ ,  $r = 10 \text{ cm}$ ,  $f_0 = 0,3$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

15) Nákladní auto jede stálou rychlostí  $v$  z kopce. Hmotnost auta je  $m$ . Auto brzdí pomocí motoru, celková brzdná síla působící na auto má velikost  $F$ . Určete sklon kopce.

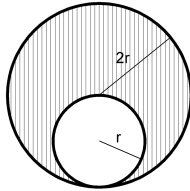
( $v = 30 \text{ km.h}^{-1}$ ,  $m = 5 \text{ t}$ ,  $F = 4\,400 \text{ N}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

## Mechanická práce a energie. Mechanika tuhého tělesa.

16) Vagón o hmotnosti  $m_1$  pohybující se rychlostí  $v_1$  narazí do druhého vagónu o hmotnosti  $m_2$ , který je v klidu. Po nárazu se oba vagóny spojí a pohybují se společně. Kolik energie se spotřebuje na ohřátí obou vagónů při srážce?

( $m_1 = 30 \text{ t}$ ,  $v_1 = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $m_2 = 20 \text{ t}$ )

17) Z homogenní kruhové desky o poloměru  $2r$  byl vyřezán kruh o poloměru  $r$ . Určete polohu těžiště zbylé části.



18) Bruslař o hmotnosti  $m_1$  stojí na bruslích na hladkém ledu. Do pohybu se uvede tím, že ve vodorovném směru odhodí před sebe kouli o hmotnosti  $m_2$  rychlostí  $v$ . Do jaké vzdálenosti bruslař po odhození koule odjede? Součinitel tření mezi ledem a bruslemi je  $f$ .

( $m_1 = 70 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 3 \text{ kg}$ ,  $v = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $f = 0,02$ ,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ )

19) Na obvodu kola, které má poloměr  $r$  a moment setrvačnosti  $J$ , je navinuto vlákno, na jehož konci visí závaží o hmotnosti  $m$ . Kolo je otáčivé kolem osy jdoucí jeho středem. Vypočtete, s jakým zrychlením se pohybuje závaží. Vlákno na obvodu kola neprokluzuje, tření a hmotnost vlákna neuvažujeme.

( $r = 40 \text{ cm}$ ,  $J = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $m = 3,0 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ )

20) Do klidného tělesa o hmotnosti  $m_1$  zavěšeného na niti narazí ve vodorovném směru střela o hmotnosti  $m_2$ . Po srážce střela zůstane v tělese a těleso se spolu se střelou pohybují do výšky  $h$  nad původní polohu tělesa. Určete velikost rychlosti střely před srážkou. Hmotnost niti a odpor vzduchu zanedbejte.

( $m_1 = 1 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 10 \text{ g}$ ,  $h = 20 \text{ cm}$ ,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ )

21) Ocelové trubky o délce  $d$  jsou složeny vodorovně na podstavcích, které jsou od sebe vzdáleny  $x$ . Jak mají trubky přechýlat na obou stranách podstavců, jestliže má na jeden podstavec působit složka  $2/5$  a na druhý  $3/5$  tíhy trubek.

( $d = 6 \text{ m}$ ,  $x = 2 \text{ m}$ )

22) Na mostě o délce  $d$  stojí nákladní automobil. Vzdálenost osy předních kol od místa uložení mostu je  $x$ . Vzdálenost mezi osami kol je  $a$ . Tlakové síly, kterými působí na povrch vozovky, mají velikost  $F_1$  a  $F_2$ .

a) Určete polohu těžiště automobilu

b) Určete velikost sil, kterými působí automobil na most v obou místech jeho uložení.

( $d = 12 \text{ m}$ ,  $x = 1,5 \text{ m}$ ,  $a = 4 \text{ m}$ ,  $F_1 = 10 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 35 \text{ kN}$ ,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ )

23) Malý vozík o hmotnosti  $m$  sjíždí bez smýkání po dráze zakončené válcovou plochou o poloměru  $r$ . Z jaké výšky musí vozík sjíždět, aby projel celou kruhovou smyčku této válcové plochy? Moment setrvačnosti a valivý odpor koleček zanedbejte.

( $m = 2 \text{ kg}$ ,  $r = 1 \text{ m}$ )

24) Těžiště naloženého automobilu na vodorovné silnici je ve výšce  $y$ , tlaková síla na přední nápravu je  $F_1$  a na zadní nápravu  $F_2$ . Vypočtete, jak se změní tlakové síly na nápravy, jede-li automobil po silnici se stoupáním  $12 \%$ . Rozvor náprav je  $x$ .

( $y = 140 \text{ cm}$ ,  $F_1 = 2,25 \cdot 10^4 \text{ N}$ ,  $F_2 = 4,65 \cdot 10^4 \text{ N}$ ,  $x = 2,7 \text{ m}$ ,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ )

25) Na vzduchové dráze se srazí vozík dokonale pružně s druhým vozíkem, který byl do srážky v klidu. Po srážce se oba vozíky pohybují stejně velkými rychlostmi opačným směrem. Určete poměr hmotností obou vozíků.

## Gravitační pole – charakteristika, zákony, veličiny. Pohyby v gravitačním poli.

26) Kámen byl vržen z okna dostatečně vysoké budovy na Zemi vodorovně s počáteční rychlostí  $v_0$ . Určete velikost a směr výsledné rychlosti kamene po době  $t$ .

$$(v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}, t = 2 \text{ s}, g = 10 \text{ m.s}^{-2})$$

27) Míč byl vržen svisle vzhůru počáteční rychlostí  $v_0$ . Jak dlouho mu potrvá výstup do výšky, která je rovna právě polovině maximální výšky vrhu?

$$(v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}, g = 10 \text{ m.s}^{-2})$$

28) Při skoku z desetimetrové věže provedl skokan před dopadem na vodní hladinu 2,5 otáčky. Předpokládejte, že svislá složka jeho rychlosti byla na počátku nulová. Vypočítejte úhlovou rychlost jeho otáčivého pohybu. ( $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

29) Ve kterém místě spojnice Země – Měsíc je výsledná intenzita gravitačního pole obou těles nulová? Hmotnost Země je  $M$ , hmotnost Měsíce je  $m$  a vzdálenosti jejich středů je  $a$ .

$$(M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, m = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}, a = 384\,400 \text{ km})$$

30) Určete výšku geostacionární družice nad rovníkem Země. Oběžná doba  $T$  družice je 24 hodin. Poloměr Země je  $R$  a hmotnost Země je  $M$ .

$$(R = 6\,378 \text{ km}, M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, \kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.kg}^{-2}.\text{m}^2)$$

31) Do jaké výšky nad povrch Země bychom museli vystoupat, aby na nás působila poloviční gravitační síla, nežli na povrchu Země? Poloměr  $R$  Země je 6 378 km.

32) Volně padající kámen má v jednom bodě své dráhy okamžitou rychlost  $v_1$  a v jiném, níže položeném bodě, má rychlost  $v_2$ . Za jak dlouho doletí kámen z prvního bodu do druhého a jak daleko jsou oba dva body od sebe vzdálené?

$$(v_1 = 5 \text{ m.s}^{-1}, v_2 = 8 \text{ m.s}^{-1}, g = 10 \text{ m.s}^{-2})$$

33) Čerpadlo odčerpává vodu z dolu z hloubky  $h$  a na povrchu ji vypouští rychlostí o velikosti  $v$ . Za dobu  $t$  se odčerpá voda o hmotnosti  $m$ . Pětina vynaložené práce se spotřebuje na překonávání třecích sil. Určete výkon čerpadla.

$$(h = 50 \text{ m}, v = 10 \text{ m.s}^{-1}, t = 1 \text{ h}, m = 10,8 \text{ t}, g = 10 \text{ m.s}^{-2})$$

34) Jak velká výsledná síla působí na člověka o hmotnosti  $m$  na rovníku Země? Hmotnost Země je  $M$ , poloměr Země je  $R$ , doba rotace země je  $t$ .

$$(m = 75 \text{ kg}, M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, R = 6\,378 \text{ km}, t = 24 \text{ h}, \kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.kg}^{-2}.\text{m}^2)$$

35) Poloměr planety Jupiter je  $R$ . Jeho čtvrtý měsíc Kalisto je od středu planety vzdálen asi  $26 R$  a jeho oběžná doba je  $T$ . Vypočítejte gravitační zrychlení na povrchu Jupitera.

$$(R = 71\,800 \text{ km}, T = 16,7 \text{ dne})$$

## Mechanika kapalin a plynů – základní zákonitosti a praktické využití.

36) Jakou největší hmotnost může mít člověk o hustotě  $\rho$ , má-li ho ve vodě o hustotě  $\rho_V$  unést záchranný pás z korku o hmotnosti  $m$  a hustotě  $\rho_K$ . Tzn. aby člověk s pásem ještě neklesl ke dnu. ( $m = 2 \text{ kg}$ ,  $\rho = 1,08 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_K = 0,22 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_V = 1 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

37) V nádobě o výšce  $h$  plné vody je otvor ve výšce  $y$  nad jejím dnem. Jak daleko od nádoby bude na podlahu dopadat proud vody? Dno nádoby je ve výšce  $d$  nad podlahou. ( $h = 50 \text{ cm}$ ,  $y = 20 \text{ cm}$ ,  $d = 1 \text{ m}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

38) Obsahy průřezů válců hydraulického lisu jsou  $S_1$  a  $S_2$ . Na menší píst působí síla o velikosti  $F_1$ . Určete:

a) Velikost tlakové síly působící na větší píst.

b) Dráhu, o kterou se posune větší píst, jestliže se menší píst posune o vzdálenost  $r$ .

c) Práci, kterou při tomto posunutí vykoná tlaková síla.

( $S_1 = 20 \text{ cm}^2$ ,  $S_2 = 800 \text{ cm}^2$ ,  $F_1 = 100 \text{ N}$ ,  $r = 8 \text{ cm}$ )

39) Na dřevěnou tyč o průřezu  $S$  a délce  $d$  je zavěšeno železné závaží o hmotnosti  $m$  a tato tyč je ponořena ve svislé poloze do dostatečně hlubokého rybníka s vodou o hustotě  $\rho_V$ . Určete, jaká část tyče bude vyčnívat nad hladinu. Hustota dřeva tyče je  $\rho_T$ , hustota železa je  $\rho_{Fe}$ .

( $S = 1 \text{ cm}^2$ ,  $d = 1,5 \text{ m}$ ,  $m = 40 \text{ g}$ ,  $\rho_V = 1 \text{ 000 kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_T = 600 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_{Fe} = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

40) Do vodorovného potrubí jsou vloženy dvě manometrické trubice – jedna z nich je rovná, druhá ohnutá do pravého úhlu a obrácená otvorem proti směru proudění kapaliny. Jaká je rychlost tohoto proudění, jestliže v rovné trubici vystoupila voda do výšky  $h_1$  a v ohnuté trubici do výšky  $h_2$ ?

( $h_1 = 10 \text{ cm}$ ,  $h_2 = 30 \text{ cm}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

41) Jakou plochu musí mít ledová kra o tloušťce  $h$  a hustotě  $\rho_1$  plovoucí ve vodě o hustotě  $\rho_2$ , aby unesla psa o hmotnosti  $m$ ? Tzn. aby byla kra celá potopená, ale pes zůstal celý suchý.

( $h = 20 \text{ cm}$ ,  $\rho_1 = 910 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\rho_2 = 1 \text{ 000 kg.m}^{-3}$ ,  $m = 40 \text{ kg}$ )

42) Do nádoby přitéká kapalina o hustotě  $\rho$  stálým objemovým průtokem  $Q$ . U dna nádoby je otvor o průměru  $d$ . V jaké výšce se ustálí hladina kapaliny v nádobě?

( $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $Q = 2 \text{ dm}^3.\text{s}^{-1}$ ,  $d = 5 \text{ cm}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

43) Ve vodorovné trubici o průřezu  $S_1$  má kapalina o hustotě  $\rho$  rychlost  $v_1$  a tlak  $p_1$ . Jaký je tlak v místě o průřezu  $S_2$ .

( $S_1 = 30 \text{ cm}^2$ ,  $\rho = 1 \text{ 000 kg.m}^{-3}$ ,  $v_1 = 10 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $p_1 = 100 \text{ kPa}$ ,  $S_2 = 40 \text{ cm}^2$ )

44) Voda o objemu  $V$  a hustotě  $\rho$  protéká potrubím o obsahu průřezu  $S_1$  rychlostí  $v_1$ . O kolik se změní její kinetická energie, dostane-li se do části potrubí o obsahu průřezu  $S_2$ ?

( $V = 2 \text{ dm}^3$ ,  $\rho = 1 \text{ 000 kg.m}^{-3}$ ,  $S_1 = 10 \text{ cm}^2$ ,  $v_1 = 2 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $S_2 = 20 \text{ cm}^2$ )

45) Kulička se pohybuje v kapalině o hustotě  $\rho$  a dynamické viskozitě  $\eta$ . Kulička má poloměr  $r$  a součinitel odporu je  $C$ . Určete pro kterou hodnotu rychlosti by byly stejně velké odporové síly, pokud bychom uvažovali proudění okolo kuličky jako laminární a jako turbulentní.

( $\rho = 1 \text{ 000 kg.m}^{-3}$ ,  $\eta = 0,001 \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ,  $r = 2 \text{ cm}$ ,  $C = 0,50$ )

## Základní poznatky molekulové fyziky a termodynamiky.

46) Určete hmotnost uhlí, které je třeba spálit v parním kotli, aby se voda o hmotnosti  $m$  a teplotě  $t_1$  zahřála na teplotu  $100\text{ °C}$  a aby se její jedna šestina přeměnila na páru. Účinnost parního kotle je  $\eta$ , měrná tepelná kapacita vody je  $c$ , měrné skupenské teplo vypařování vody při teplotě  $100\text{ °C}$  je  $l_v$  a výhřevnost uhlí je  $Q$ .

( $m = 6\text{ t}$ ,  $t_1 = 10\text{ °C}$ ,  $\eta = 70\%$ ,  $c = 4180\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $l_v = 2,26\text{ MJ.kg}^{-1}$ ,  $Q = 30\text{ MJ.kg}^{-1}$ )

47) Určete rychlost, jakou musí letět olověný brok o teplotě  $t_1$  a měrné tepelné kapacitě  $c_{pb}$ , aby dosáhl teploty  $t_2$  tání při průchodu stěnou, při kterém se zmenšila jeho rychlost na polovinu. Předpokládejte, že kinetická energie broku, která se přemění na vnitřní energii, se rovnoměrně rozdělí mezi brok a překážku.

( $t_1 = 20\text{ °C}$ ,  $t_2 = 327,5\text{ °C}$ ,  $c_{pb} = 129\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )

48) Měděný kalorimetr s měrnou tepelnou kapacitou  $c_{Cu}$  má hmotnost  $m_1$  a je v něm voda o objemu  $V$ , měrné tepelné kapacitě  $c$  a teplotě  $T_1$ . Hliníkový váleček o hmotnosti  $m_2$  byl zahřát na teplotu  $T_2$  a ponořen do kalorimetru. Výsledná teplota byla  $T$ . Stanovte měrnou tepelnou kapacitu hliníku.

( $c_{Cu} = 383\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $m_1 = 0,32\text{ kg}$ ,  $V = 0,25\text{ l}$ ,  $c = 4180\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $T_1 = 291\text{ K}$ ,  $m_2 = 0,08\text{ kg}$ ,  $T_2 = 372\text{ K}$ ,  $T = 295,5\text{ K}$ )

49) Do vody o teplotě  $t_1$ , hmotnosti  $m_1$  a měrné tepelné kapacitě  $c_v$  vhodíme kostku ledu o teplotě  $t_2$ , hmotnosti  $m_2$  a měrné tepelné kapacitě  $c_L$ . Do soustavy vzápětí přilijeme další vodu o teplotě  $t_3$  a hmotnosti  $m_3$ . Celý děj probíhá za normálního atmosférického tlaku. Stanovte, v jakém stavu se bude soustava nacházet po dosažení termodynamické rovnováhy. Měrné skupenské teplo tání ledu při teplotě  $0\text{ °C}$  je  $l_t$ .

( $t_1 = 70\text{ °C}$ ,  $m_1 = 1\text{ kg}$ ,  $t_2 = -10\text{ °C}$ ,  $m_2 = 2\text{ kg}$ ,  $t_3 = 40\text{ °C}$ ,  $m_3 = 1\text{ kg}$ ,  $c_v = 4180\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $c_L = 2100\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $l_t = 0,334\text{ MJ.kg}^{-1}$ )

50) Tyč délky  $d$  má průřez  $S$ . Na jednom konci je udržována na teplotě  $t$  a druhým koncem se opírá o led o teplotě  $0\text{ °C}$ . Odhadněte, jaké množství ledu roztaje za čas  $\tau$ . Součinitel tepelné vodivosti materiálu, z něhož je tyč vyrobena, je  $67,2\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . Měrné skupenské teplo tání ledu při teplotě  $0\text{ °C}$  je  $l_t$ .

( $d = 1\text{ m}$ ,  $S = 3\text{ cm}^2$ ,  $t = 300\text{ °C}$ ,  $\tau = 10\text{ min}$ ,  $l_t = 0,334\text{ MJ.kg}^{-1}$ )

## Struktura a vlastnosti pevných látek, deformace a teplotní roztažnost.

51) Ocelová tyč, která má počáteční délku  $d$  a průřez o obsahu  $S$ , je na jednom konci upevněná a na druhém konci je napínána silou  $F$ . Rozhodněte, zda je deformace tyče pružná a vypočítejte délku tyče po jejím prodloužení. Tyč má mez pružnosti 572 MPa, modul pružnosti v tahu 200 GPa.

( $d = 2 \text{ m}$ ,  $S = 1 \text{ cm}^2$ ,  $F = 10 \text{ kN}$ )

52) Určete teplotu, na kterou se ohřála měděná cívka vinutí elektromotoru. Její odpor před zapnutím motoru, při teplotě  $t$ , měl hodnotu  $R_1$  a ihned po vypnutí  $R_2$ . Teplotní součinitel odporu mědi je  $\alpha$ .

( $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $R_1 = 0,15 \text{ } \Omega$ ,  $R_2 = 0,17 \text{ } \Omega$ ,  $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ )

53) Přímý ocelový drát je upevněn mezi dvěma pevnými svorkami při teplotě drátu  $t_1$ . Jaké normálové napětí vznikne v drátu, jestliže teplota klesne na  $t_2$ ? Modul pružnosti oceli je  $E$  a součinitel teplotní roztažnosti je  $\alpha$ .

( $t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ )

54) Ocelový drát byl při teplotě  $t_1$  upevněn mezi dvě pevné svorky. Teplota prostředí je  $t_2$ . Při jaké nejvyšší teplotě smí být drát napnut mezi svorky, aby se při chladnutí na teplotu okolí nepřetrhl? I když to zcela neodpovídá realitě, předpokládejte, že deformace je až do meze pevnosti pružná. Mez pevnosti oceli je  $f$  a součinitel teplotní roztažnosti je  $\alpha$ . Modul pružnosti oceli je  $E$ .

( $t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $f = 400 \text{ MPa}$ ,  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ,  $E = 200 \text{ GPa}$ )

55) Měděný a zinkový pásek mají při teplotě  $t_1$  stejnou délku  $d$ . Pásy byly při této snýtovány a vytvořily tzv. bimetal. Předpokládejme, že se při zahřívání ohýbá do oblouku. Určete poloměr tohoto oblouku při teplotě  $t_2$ , jestliže pásy mají tloušťku  $y$  (každý). Součinitel teplotní roztažnosti mědi je  $\alpha_{Cu}$  a součinitel teplotní roztažnosti zinku je  $\alpha_{Zn}$ .

( $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $d = 20 \text{ cm}$ ,  $t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $y = 1 \text{ mm}$ ,  $\alpha_{Cu} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ,  $\alpha_{Zn} = 29 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )

## Struktura a vlastnosti kapalin.

56) Do kapaliny o hustotě  $\rho$  jsou ponořeny dvě kapiláry o poloměrech  $r_1$  a  $r_2$ . Rozdíl výšek hladin v kapilárách je  $\Delta h$ . Jaké je povrchové napětí kapaliny?

( $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $r_1 = 0,5 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 0,8 \text{ mm}$ ,  $\Delta h = 1 \text{ cm}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

57) Určete povrchové napětí oleje hustoty  $\rho$ , jestliže se při odkapávání z pipety s průměrem  $r$  vytvořilo z objemu  $V$  oleje  $n$  kapek.

( $\rho = 910 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $r = 1,2 \text{ mm}$ ,  $V = 4,0 \text{ cm}^3$ ,  $n = 304$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

58) Kapilára má vnitřní poloměr  $r$ . Vypočítejte jak vysoko v ní stoupne voda, když její konec ponoříme do vody a jak velký hydrostatický tlak vytváří tento sloupec vody? Povrchové napětí vody je  $\sigma$  a hustota vody je  $\rho$ .

( $r = 0,10 \text{ mm}$ ,  $\sigma = 0,073 \text{ N.m}^{-1}$ ,  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $\rho = 1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$ )

59) Jak velká energie se uvolní, jestliže se při dešti z kapiček o poloměru  $r$  vytvoří velká kapka s poloměrem  $R$ ? Povrchové napětí vody je  $\sigma$ .

( $r = 1 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $R = 3 \text{ mm}$ ,  $\sigma = 0,073 \text{ N.m}^{-1}$ )

60) Základem kapalinového teploměru je skleněná baňka s teploměrnou látkou o objemu  $V$ , z níž vychází trubička délky  $d$  a s vnitřním obsahem příčného řezu  $S$ . Určete maximální teplotní rozsah teploměru v případě, že teploměrnou látkou je líh. Teplotní roztažnost skla zanedbejte. Součinitel objemové teplotní roztažnosti lihu  $\beta$ .

( $V = 4,5 \text{ cm}^3$ ,  $d = 20 \text{ cm}$ ,  $S = 0,90 \text{ mm}^2$ ,  $\beta = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ )

## Mechanické kmity, mechanické vlnění, základní charakteristika.

61) Tryskové letadlo proletělo rychlostí  $v$  po přímé dráze ve vzdálenosti  $d$  od pozorovatele. V jaké vzdálenosti od pozorovatele bylo letadlo, když pozorovatel slyšel zvuk letadla přicházející z místa přímo nad pozorovatelem? Rychlost šíření zvuku ve vzduchu je  $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .  
( $v = 600 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $d = 3 \text{ km}$ )

62) Zvuková vlna je popsána rovnicí

$$y = 5 \cdot 10^{-4} \cdot \sin 2\pi(450t - 1,4x) \text{ [m]}$$

Určete amplitudu, frekvenci, vlnovou délku a rychlost vlnění.

63) V kabině výtahu visí matematické kyvadlo, jehož perioda je  $T_1$ . Když se kabina pohybuje se stálým zrychlením, kyvadlo kmitá s periodou  $T_2$ . Určete velikost a směr zrychlení kabiny.  
( $T_1 = 1 \text{ s}$ ,  $T_2 = 1,2 \text{ s}$ ,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ )

64) Zvuk úderu do kolejnice šířící se ocelí uslyšel pozorovatel o čas  $t$  dříve, než zvuk šířící se vzduchem. Určete vzdálenost pozorovatele od místa úderu. Rychlost šíření zvuku v oceli je  $v_1$  a ve vzduchu  $v_2$ .  
( $t = 7 \text{ s}$ ,  $v_1 = 5,1 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $v_2 = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ )

65) Zavěšením závaží o hmotnosti  $m_1$  na pružinu se její délka prodlouží o délku  $d$ . Jakou frekvenci bude mít pružina, jestliže ji rozkmitáme zavěšením závaží o hmotnosti  $m_2$ ?  
( $m_1 = 20 \text{ g}$ ,  $d = 8 \text{ cm}$ ,  $m_2 = 50 \text{ g}$ ,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ )

66) Matematické kyvadlo délky  $d$  vykonalo  $n$  kmitů za čas  $t$ . Určete velikost tíhového zrychlení.  
( $d = 150 \text{ cm}$ ,  $n = 125$ ,  $t = 5 \text{ minut}$ )

67) Zapište rovnici vlnění, která má frekvenci  $1 \text{ kHz}$ , amplitudu výchylky  $3 \text{ mm}$  a postupuje rychlostí  $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Vektor rychlosti šíření vlnění je orientován souhlasně s kladnou osou  $x$ .

68) Pozorovatel, který stojí na okraji propasti Macocha, do ní spustil kámen a slyšel jeho náraz na dno za čas  $t$ . Rychlost šíření zvuku ve vzduchu je  $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Určete hloubku propasti. Odpor prostředí zanedbejte.  
( $t = 5,6 \text{ s}$ ,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ )

69) Vlastní frekvence mechanického oscilátoru je  $f$ . Pružina oscilátoru je natažena směrem dolů z rovnovážné polohy silou  $F$ . Při tomto ději byla vykonána práce  $W$ . Napište rovnici kmitání oscilátoru.  
( $f = 2 \text{ Hz}$ ,  $F = 20 \text{ mN}$ ,  $W = 0,2 \text{ mJ}$ )

70) Když zkrátíme matematické kyvadlo o  $1/5$  jeho délky, zvětší se jeho frekvence o  $1/5 \text{ Hz}$ , a když je prodloužíme o  $1/5$  jeho délky, zmenší se jeho frekvence o  $1/5 \text{ Hz}$ . Jak je kyvadlo dlouhé?

## Elektrický náboj a elektrické pole, veličiny, zákonitosti, kapacita.

71) Deskový kondenzátor s plochou desek  $S$ , vzdáleností desek  $d$  a se vzduchovým dielektrikem je připojen k baterii o stálém napětí  $U_0$ . Do prostoru mezi deskami vložíme dielektrikum o relativní permitivitě  $\epsilon_r$ . Určete změnu energie kondenzátoru a velikost práce vykonané při vtažení dielektrika mezi desky kondenzátoru. Permitivita vakua je  $\epsilon_0$ .

( $S = 1 \text{ dm}^2$ ,  $d = 1 \text{ cm}$ ,  $U_0 = 10 \text{ V}$ ,  $\epsilon_r = 5$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ )

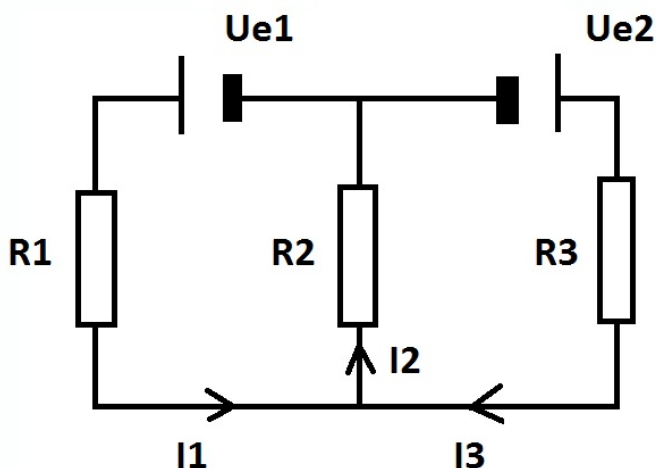
72) Na jaké napětí se nabíjí kondenzátory o kapacitách  $C_1$  a  $C_2$ , jestliže je zapojíme za sebou a připojíme na zdroj napětí  $U$ ? Jaké náboje budou na těchto připojených kondenzátorech?

( $C_1 = 0,1 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 0,2 \mu\text{F}$ ,  $U = 30 \text{ V}$ )

73) Tenké vlákno vydrží maximální sílu napnutí  $F$ . Na tomto vlákně je zavěšena ve vakuu kulička o hmotnosti  $m$  s kladným nábojem  $Q_1$ . Zdola k ní ve směru závěsu přibližujeme kuličku se záporným nábojem  $Q_2$ . Při jaké vzdálenosti mezi oběma kuličkami se vlákno přetrhne? Permitivita vakua je  $\epsilon_0$ .

( $F = 10 \text{ mN}$ ,  $m = 0,6 \text{ g}$ ,  $Q_1 = 11 \text{ nC}$ ,  $Q_2 = 13 \text{ nC}$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ )

74) Určete proudy  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  v obvodu, ve kterém jsou elektromotorická napětí zdrojů  $U_{e1} = 4 \text{ V}$ ,  $U_{e2} = 6 \text{ V}$  a ve větvích jsou zapojeny rezistory s odpory  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 5 \Omega$ . Vnitřní odpory zdrojů jsou zanedbatelné.



75) Ve dvou vrcholech rovnostranného trojúhelníka ve vakuu, jehož strany mají délku  $d$ , jsou umístěny kladné bodové náboje, které mají velikost  $Q$  a ve třetím vrcholu je umístěn záporný náboj o velikosti  $-Q$ . Určete elektrickou intenzitu v těžišti tohoto trojúhelníka. Permitivita vakua je  $\epsilon_0$ .

( $d = 0,5 \text{ m}$ ,  $Q = 1 \mu\text{C}$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ )

## Elektrický proud v kovech, základní zákony a jejich aplikace.

76) Mezi dvěma rovnoběžnými vodiči, jejichž vzájemná vzdálenost je  $d$ , působí síla o velikosti  $F$  na každý metr délky vodičů. Určete velikost stejných proudů ve vodičích. Relativní permeabilita prostředí mezi vodiči je  $\mu_r = 1$ . Permeabilita vakua je  $\mu_0$ .  
( $d = 0,2 \text{ m}$ ,  $F = 16 \text{ N}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{A}^{-2}$ )

77) Elektrický průtokový ohřívač vody na síť (230 V / 50 Hz) ohřeje za dobu  $t$  objem  $V$  vody o hustotě  $\rho$  a teplotě  $t_1$  na teplotu  $t_2$ . Jaký je příkon a elektrický odpor výhřevné spirály ohřívače? Měrná tepelná kapacita vody je  $c$ .  
( $t = 60 \text{ s}$ ,  $V = 1 \text{ l}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $t_1 = 14 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $c = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )

78) Dva rezistory mají při sériovém zapojení výsledný odpor  $R_1$ . Zapojíme-li je paralelně, mají odpor  $R_2$ . Jaký je odpor těchto rezistorů?  
( $R_1 = 10 \text{ } \Omega$ ,  $R_2 = 1,6 \text{ } \Omega$ )

79) Dává-li baterie proud  $I_1$ , je její svorkové napětí  $U_1$ . Při proudu  $I_2$  klesne svorkové napětí na  $U_2$ . Jaký je zatěžovací odpor pro oba dva případy? Jaký je vnitřní odpor baterie a její elektromotorické napětí?  
( $I_1 = 3 \text{ A}$ ,  $U_1 = 24 \text{ V}$ ,  $I_2 = 4 \text{ A}$ ,  $U_2 = 20 \text{ V}$ )

80) Určete odpor drátěné krychle mezi vrcholy ležícími na tělesové úhlopříčce. Odpor jedné hrany je  $R$ .  
( $R = 100 \text{ } \Omega$ )

## Stacionární magnetické pole, střídavý proud.

81) Na části obvodu, kterým prochází střídavý proud, je okamžité napětí

$$u = U_m \sin(\omega \cdot t + \pi/6) \text{ [V]}$$

V čase  $T/12$  má okamžité napětí hodnotu 10 V. Určete amplitudu napětí, úhlovou frekvenci a frekvenci střídavého proudu, jestliže jeho perioda je 10 ms.

82) Cívkou v obvodu stejnosměrného proudu prochází při napětí  $U_1$  proud  $I_1$ . V obvodu střídavého proudu při napětí  $U_2$  a frekvenci  $f$  prochází cívkou proud  $I_2$ . Určete indukčnost cívky.

$$(U_1 = 4 \text{ V}, I_1 = 0,5 \text{ A}, U_2 = 9 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz}, I_2 = 180 \text{ mA})$$

83) Válcovou cívkou s  $n$  závitů prochází proud  $I$ . Magnetický indukční tok v dutině cívky je  $\Phi$ . Vypočtěte energii magnetického pole cívky.

$$(n = 120, I = 7,5 \text{ A}, \Phi = 2,3 \text{ mWb})$$

84) Napětí mezi duanty cyklotronu je  $U$ , magnetická indukce je  $B$  a hmotnost helionu je  $m_{He}$ . Kolikrát musí projít helion štěrbinou o šířce  $d$  mezi duanty cyklotronu, aby elektrická síla urychlující helion byla rovna magnetické síle působící na helion. Nakreslete obrázek a vysvětlete princip zařízení.

$$(U = 135 \text{ kV}, B = 1,42 \text{ T}, m_{He} = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, d = 1 \text{ cm})$$

85) Proton se pohybuje rychlostí o velikosti  $v$  v homogenním magnetickém poli, kolmo k vektoru magnetické indukce  $B$

a) určete směr síly působící na proton

b) vypočtěte velikost této síly

c) po jaké trajektorii se bude proton pohybovat?

$$(v = 1 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, B = 1 \text{ T}, e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})$$

## Vlnová povaha světla, šíření, odraz, lom, disperze, interference, ohyb, polarizace.

86) Čočka umístěná ve vzduchu je pokryta tenkou antireflexní vrstvou. Jaká je tloušťka tenké vrstvy, jestliže se jí zeslabuje světlo s vlnovou délkou  $\lambda$ ? Index lomu vrstvy je  $n$  a je menší, nežli index lomu materiálu, ze kterého je zhotovena čočka.

( $\lambda = 550 \text{ nm}$ ,  $n = 1,35$ )

87) Do dna rybníku o hloubce  $h$  s vodou o indexu lomu  $n$  je zaražena tyč, která vyčnívá o  $d$  nad hladinu. Jak dlouhý stín vrhá tyč na dno rybníku, jestliže je slunce ve výšce  $\alpha$  nad obzorem?

( $h = 2 \text{ m}$ ,  $n = 1,3$ ,  $d = 1 \text{ m}$ ,  $\alpha = 50^\circ$ )

88) Optická mřížka má  $n$  vrypů na  $1 \text{ mm}$  délky mřížky. Určete vlnovou délku monofrekvenčního světla štěrbinového zdroje, jestliže směry k maximům 1. řádu navzájem svírají malý úhel  $\alpha$ .

( $n = 120$ ,  $\alpha = 8^\circ$ )

89) Jak se jeví potápěči ponořenému ve vodě s indexem lomu  $n$  klidná vodní hladina z hloubky  $h$ ? Jaký plošný obsah vodní hladiny je pro něho průhledný?

( $n = 1,3$ ,  $h = 2 \text{ m}$ )

90) Paprsek bílého světla dopadá na tenkou stěnu dutého hranolu, který je naplněn sirouhlíkem, pod úhlem  $\varepsilon_1 = 50^\circ$ . Stěny hranolu jsou z tenkých skleněných planparalelních desek, lámavý úhel hranolu je  $\varphi = 60^\circ$ . Vypočtete úhlovou šířku spektra, je-li index lomu pro červené světlo  $n_c = 1,618$  a pro fialové světlo  $n_f = 1,699$ .

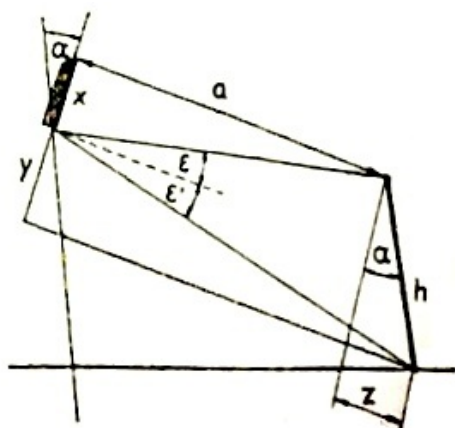
## Zobrazování optickými soustavami, paprsková optika, optické přístroje.

91) Předmět vysoký 0,5 cm stojí kolmo na optickou osu ve vzdálenosti 1 cm od dutého kulového zrcadla o poloměru křivosti 4 cm. Určete polohu a vlastnosti obrazu. Úlohu řešte konstrukcí i výpočtem.

92) Předmět o výšce 3 cm byl zobrazen spojkou tak, že jeho skutečný obraz měl výšku 18 cm. Když byl předmět posunut o 6 cm, vznikl zdánlivý obraz o výšce 9 cm. Jaká byla ohnisková vzdálenost čočky?

93) Ohnisko kulového zrcadla je ve vzdálenosti 0,24 m od svítícího předmětu a ve vzdálenosti 0,54 m od jeho obrazu. Určete ohniskovou vzdálenost zrcadla a jeho příčné zvětšení.

94) Určete délku  $x$  rovinného zrcadla, jehož rovina svírá se svislou stěnou úhel  $\alpha = 20^\circ$ , aby se v něm viděla celá osoba o výšce  $h = 1,8$  m (výšku čela a oči zanedbáváme). Vzdálenost zrcadla od hlavy osoby  $a = 3$  m.



95) Duté kulové zrcadlo má ohniskovou vzdálenost 10 cm. Do jaké vzdálenosti od zrcadla je třeba umístit předmět, aby jeho obraz byl čtyřikrát zvětšený?

## Speciální teorie relativity.

96) Určete přírůstek hmotnosti při ohřátí vody o hmotnosti  $m$  z teploty  $t_1$  na teplotu  $t_2$ . Měrná tepelná kapacita vody je  $c_v$ . Rychlost světla je  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .  
( $m = 10 \text{ kg}$ ,  $t_1 = 0 \text{ °C}$ ,  $t_2 = 100 \text{ °C}$ ,  $c_v = 4 \text{ 180 J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )

97) Elementární částice hyperon má v soustavě, v níž je v klidu střední dobu života  $t$ . Jaká bude střední dráha, kterou urazí hyperon od svého vzniku do přeměny, pohybuje-li se rychlostí  $0,95c$

a) podle klasické fyziky

b) podle relativistické fyziky

Rychlost světla je  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

( $t = 2,6 \cdot 10^{-10} \text{ s}$ )

98) Jakou rychlostí se pohybuje částice, jestliže její kinetická energie je rovna klidové energii? Rychlost světla je  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

99) Z urychlovače vychází svazek  $\pi$  mezonů, které dosahují  $0,8$  rychlosti světla ve vakuu. Poločas rozpadu  $\pi$  mezonů je  $\tau$ . Vypočtete, za jak dlouho se rozpadne polovina  $\pi$  mezonů a jak velkou dráhu urazí, než se rozpadnou. Rychlost světla je  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

( $\tau = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ )

100) Vypočítejte, s jakým napětím byly urychleny elektrony, jestliže jejich vlastní čas  $T_0$  je dvakrát kratší než čas  $T$  vzhledem k hodinám umístěným v klidové soustavě. Rychlost světla je  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

( $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )